

Ejercicios Teoría Cuántica de Campos. Capítulo 41

Autor del curso: Javier García

Problemas resueltos por: Roger Balsach

9 de julio de 2020

1. Calcular $\cos \frac{\theta}{2} + \gamma^3 \gamma^1 \sin \frac{\theta}{2}$

Usando el producto $\gamma^3 \gamma^1$ expresado como

$$\gamma^3 \gamma^1 = -i(\mathbb{I} \otimes \sigma^2) \quad (1)$$

Entonces

$$(\mathbb{I} \otimes \mathbb{I}) \cos \frac{\theta}{2} - i(\mathbb{I} \otimes \sigma^2) \sin \frac{\theta}{2} = \mathbb{I} \otimes \left(\cos \frac{\theta}{2} \mathbb{I} - i \sin \frac{\theta}{2} \sigma^2 \right) = \mathbb{I} \otimes \left(\cos \frac{\theta}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - i \sin \frac{\theta}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \right) \quad (2)$$

Simplificando obtenemos el resultado deseado de

$$\cos \frac{\theta}{2} + \gamma^3 \gamma^1 \sin \frac{\theta}{2} = \mathbb{I} \otimes \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -\sin \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (3)$$